

高一数学试卷参考答案

1-5: BCAAD    6-10: DBCBA    11-12: DB

13.   0      14.   1      15.   10      16.   6  

17. 解: (1)  $\because 2 \in A \quad \therefore 8+2a+2=0 \quad \therefore a=-5$

$$\therefore 2x^2 - 5x + 2 = 0, \text{ 解得 } x=2 \text{ 或 } x=\frac{1}{2}, A=\{2, \frac{1}{2}\}$$

A 的子集为  $\phi, \{2\}, \{\frac{1}{2}\}, \{2, \frac{1}{2}\}$  -----5 分

$$(2) U = A \cup B = \{2, \frac{1}{2}, -5\}$$

$$(C_U A) \cup (C_U B) = \{\frac{1}{2}, -5\} \text{ -----10 分}$$

18. 解: 解不等式  $\frac{3-2x}{x+2} > -1$ , 得  $-2 < x < 5$ , 即  $A = (-2, 5)$

(1)  $B \subseteq A$

①当  $B = \emptyset$  时, 则  $2m-1 \leq m+1$ , 即  $m \leq 2$ , 符合题意;

②当  $B \neq \emptyset$  时, 则有

$$\begin{cases} m > 2 \\ m+1 \geq -2 \\ 2m-1 \leq 5 \end{cases} \text{ 解得: } 2 < m \leq 3$$

综上:  $m \in (-\infty, 3]$

(2) 要使  $A \subseteq B$ , 则  $B \neq \emptyset$ , 所以有

$$\begin{cases} 2m-1 > m-6 \\ m-6 \leq -2 \\ 2m-1 \geq 5 \end{cases} \text{ 解得: } 3 \leq m \leq 4$$

19. 解: (1) 解得  $f(3) = -\frac{3}{5}$ ,  $f(4) = -\frac{13}{17}$ ,  $f(\frac{1}{3}) = \frac{13}{5}$ ,  $f(\frac{1}{4}) = \frac{47}{17}$

(2) 猜想:  $f(x) + f(\frac{1}{x}) = 2$ , 证明如下。

$$\because f(x) = \frac{3-x^2}{1+x^2}, \text{ 则 } f(\frac{1}{x}) = \frac{3-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{3x^2-1}{x^2+1}$$

$$\therefore f(x) + f(\frac{1}{x}) = \frac{3-x^2}{1+x^2} + \frac{3x^2-1}{x^2+1} = \frac{3-x^2-1+3x^2}{1+x^2} = \frac{2(1+x^2)}{1+x^2} = 2$$

$$(3) \because f(x) + f(\frac{1}{x}) = 2$$

$$\therefore f(2) + f(\frac{1}{2}) = 2, f(3) + f(\frac{1}{3}) = 2, \dots, f(2015) + f(\frac{1}{2015}) = 2,$$

$$\text{且 } f(1) + f(\frac{1}{1}) = 2, \text{ 即 } f(1) = 1$$

$$\therefore f(1) + f(2) + \dots + f(2015) + f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{3}) + \dots + f(\frac{1}{2015}) = 1 + 2 \times 2014 = 4029.$$

20. 解: (1) 当  $a=1$  时,  $f(x) = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$ ,

从而,  $f(x)$  的最小值是  $f(1) = 2$ , 最大值是  $f(3) = 6$ ,

即  $f(x)$  的值域是  $[2, 6]$ .

(2) 集合  $A = \{x | f(x) = 0, 0 < x \leq 3\} \neq \emptyset$ , 即方程  $ax^2 - 2x + 3 = 0$  在  $x \in (0, 3]$  有实根,

等价于求函数  $a = \frac{2x-3}{x^2}$  在  $x \in (0, 3]$  上的值域. 令  $h(x) = \frac{2x-3}{x^2}$ , 则

$$h(x) = \frac{2x-3}{x^2} = -3\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{x}\right), x \in (0, 3]. \text{ 再令 } \frac{1}{x} = t \in \left[\frac{1}{3}, +\infty\right),$$

则  $g(t) = -3t^2 + 2t = -3\left(t - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}$ , 当  $t = \frac{1}{3}$  时,  $g(t)$  有最大值  $\frac{1}{3}$ , 即  $a \leq \frac{1}{3}$ .

21. 解: (1) 令  $x_1 = x_2 > 0$ , 代入得  $f(1) = f(x_1) - f(x_1) = 0$ , 故  $f(1) = 0$ .

(2) 任取  $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ , 且  $x_1 > x_2$  则  $\frac{x_1}{x_2} > 1$ , 由于当  $x > 1$  时,  $f(x) < 0$ ,

所以  $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) < 0$ , 即  $f(x_1) - f(x_2) < 0$ , 因此  $f(x_1) < f(x_2)$ .

所以函数  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上是单调递减函数.

(3) 由  $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = f(x_1) - f(x_2)$  得  $f\left(\frac{9}{3}\right) = f(9) - f(3)$ , 而  $f(3) = -1$ , 所以  $f(9) = -2$ .

由函数  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上是单调递减函数, 且  $f(x^2) > f(9)$ ,

得  $0 < x^2 < 9, \therefore -3 < x < 0$  或  $0 < x < 3$ , 因此不等式的解集为  $(-3, 0) \cup (0, 3)$ .

22. 解: (1)  $\because f(-1) = -2 \therefore -2 = (-1)^2 - (a+2) + b \Rightarrow a - b = 1$

$x^2 + (a+2)x + b \geq 2x \Rightarrow f(x) = x^2 + a \cdot x + b \geq 0$  恒成立

$\therefore \Delta = a^2 - 4b \leq 0 \Rightarrow a^2 - 4(a-1) \leq 0 \Rightarrow (a-2)^2 \leq 0 \Rightarrow a = 2, b = 1,$

$\therefore f(x) = x^2 + 4x + 1$  ----- 3 分

(2)  $g(x) = x + \frac{1}{x}$

①证明: 设  $1 < x_1 < x_2$ , 则  $g(x_1) - g(x_2) = x_1 + \frac{1}{x_1} - (x_2 + \frac{1}{x_2}) = (x_1 - x_2) \left(1 - \frac{1}{x_1 x_2}\right)$

$\because 1 < x_1 < x_2, \therefore (x_1 - x_2) < 0,$

$x_1 x_2 > 1, \therefore \left(1 - \frac{1}{x_1 x_2}\right) > 0$

$\therefore g(x_1) - g(x_2) < 0.$

$\therefore$  函数  $g(x)$  在区间在  $[1, +\infty)$  是增函数。----- 7 分

②分三种情况讨论:

(i)  $n > m > 1, \begin{cases} f(m) = m + 2 \\ f(n) = n + 2 \end{cases}, m = n = \frac{1}{2},$  不合

(ii)  $0 < m < n < 1, \begin{cases} f(m) = n + 2 \\ f(n) = m + 2 \end{cases}, \begin{cases} m = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \\ n = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} > 1 \end{cases},$  不合

(iii)  $0 < m < 1 < n$ ,  $f(x)_{\min} = 2 = m + 2$ , 不合

综上, 不存在  $m, n$  满足题意. -----12 分

RAYS 雷式教育